医　学　部

2018年度一般入学試験(前期)

数　学 (問　題)

注　意

1)　数学の問題冊子は4ページあり，問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの4題である。

2)　別に解答用紙1枚があり，**解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。**
指定欄以外への記入はすべて無効である。
計算や下書きは問題用紙の白紙・空白部分を利用して行うこと。

3)　**解答用紙の所定欄に受験番号を記入せよ。氏名を記入してはならない。**
なお，記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は，数学の試験が無効となる。
解答用紙の※印の欄には何も記入してはならない。

4)　問題冊子，解答用紙はともに持ち出してはならない。

5)　試験終了時には，問題冊子の上に解答用紙を裏返して置くこと。解答用紙，問題冊子の回収後，監督者の指示に従い退出すること。

Ⅰ　(1)〜(3)の $\boxed{}$ の中に，あてはまる数，角度，整式，不等式，記号，語句などを記入せよ。

(1)　$f(x) = xe^{-x}$　$(0 < x)$について$f'(x) = \boxed{\text{ア}}$ であり，$x = \boxed{\text{イ}}$ のとき$f(x)$は最大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとる。

(2)　ある整数nを2進数で表したときの1の個数を$f(n)$とする。

$f(13) = \boxed{\text{エ}}$ である。$F(n) = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n} f(k-1)$と定義するとき，

$F(8) = \boxed{\text{オ}}$ であり，$F(2^n) = \boxed{\text{カ}}$ である。

(3)　xy平面に原点$\mathrm{O}(0,0)$と点$\mathrm{A}(0,2)$をとる。$x > 0$の領域に$\angle\mathrm{OBA} = 60°$となるように点Bをとるとき，点Bの軌跡をxy平面上の方程式で表すと $\boxed{\text{キ}}$ となる。

Ⅱ　2つの数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$を，1未満の実数tを用いて次のように定義する。

$a_1 = 0$，$b_1 = 1$，$a_{n+1} + b_{n+1} = (1-t)(a_n + b_n)$，$a_{n+1} = a_n + tb_n$

以下の問に答えよ。

(1)　$a_n + b_n$の一般項は$\boxed{\text{ク}}$であり，tが$\boxed{\text{ケ}}$の条件を満たすときに収束する。

(2)　a_{n+1}をa_n，n，tを用いて漸化式で表すと$a_{n+1} = \boxed{\text{コ}}$となり，$a_n$の一般項は$a_n = \boxed{\text{サ}}$である。

(3)　b_nの一般項は$b_n = \boxed{\text{シ}}$なので，2以上のnにおいて$b_n = 0$となるのはtが$t = \boxed{\text{ス}}$の条件を満たすときである。

(4)　tが(3)の条件を満たすとき，a_nをnを用いて表すと$a_n = \boxed{\text{セ}}$と表現できる。このa_nについて，$\lim_{n \to \infty} a_n = \boxed{\text{ソ}}$である。

Ⅲ　集合 A と B を，それぞれ $A=\{1,5,10,50\}$，$B=\{1,10\}$ と定義する。集合 A の要素の和で自然数 n を表すとき，用いる数の個数が最も少なくなる場合にその個数を $f(A,n)$ とする。例えば $n=17$ のときに最も少ない数の個数で表現すると $17=10+5+1+1=10+1+1+1+1+1+1+1$ となるので，$f(A,17)=4$ であり，$f(B,17)=8$ である。なお $n=0$ のときは，自然数のみを要素として含む任意の集合 D について $f(D,0)=0$ とする。

(1)　$f(A,73)=$ $\boxed{\text{タ}}$，$f(B,42)=$ $\boxed{\text{チ}}$ である。

(2)　$0\leqq n<100$ の整数を無作為に一つ選択する場合を考える。$f(A,n)=f(B,n)$ となる確率は $\boxed{\text{ツ}}$ であり，$f(A,n)=3$ のときに n が偶数である確率は $\boxed{\text{テ}}$ である。

(3)　次式で $F(A,n)$ を定義する。$F(A,n)=\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}f(A,k-1)$

$F(A,10)=$ $\boxed{\text{ト}}$ であり，$F(A,100)=$ $\boxed{\text{ナ}}$ である。
また，$F(B,10)=$ $\boxed{\text{ニ}}$ であり，$F(B,100)=$ $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

(4)　集合 A に一つの自然数の要素 m を追加した集合を C とするとき，$F(C,10)$ を最小とする要素 m は $\boxed{\text{ネ}}$ であり，$F(C,10)=$ $\boxed{\text{ノ}}$ である。

(5)　集合 E と U をそれぞれ $E=\{1,2,5,10,20,50\}$，$U=\{1,5,10,25\}$ と定義する。$F(E,100)=$ $\boxed{\text{ハ}}$ であり，$F(U,100)=$ $\boxed{\text{ヒ}}$ である。既に求めた $F(A,100)$ と $F(E,100)$，$F(U,100)$ の大小比較と，集合の要素の個数 $n(A)$，$n(E)$，$n(U)$ の大小比較を $\boxed{\text{フ}}$ に記せ。

Ⅳ　$\alpha = 2i$, $z = \cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}$ とする。このとき複素数 β について，$z\beta = (1-t)\beta + t\alpha$（ただし t は実数）が成立する。複素数 γ を $\gamma = \dfrac{\beta}{z}$ と定義するとき，γ の満たす等式を絶対値記号を用いて表し，γ の軌跡を複素数平面上に図示せよ。（この問題は解答だけでなく導出過程も記述すること。）